

Questão 1

Três bolas A, B e C com massas iguais a 3 kg, 2 kg e 1 kg, respectivamente, ocupam num dado momento as posições no plano XY: (2,2); (1,3); e (4,0), respectivamente, sendo as coordenadas dadas em metro. a) Calcule o centro de massa do sistema. Sabendo que as suas velocidades em m/s são no mesmo momento, $\vec{v}_A = 3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{v}_B = 2\vec{i} - 2\vec{j}$; $\vec{v}_C = -\vec{i} + 4\vec{j}$, determine a velocidade do centro de massa.

Resolução

$$\text{a) } \vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{6} [3 \times (2\vec{i} + 2\vec{j}) + 2 \times (\vec{i} + 3\vec{j}) + 4\vec{i}] = (2\vec{i} + 2\vec{j}) \text{ m}$$

$$\text{b) } \vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{6} [3 \times (3\vec{i} + 2\vec{j}) + 2 \times (2\vec{i} - 2\vec{j}) + (-\vec{i} + 4\vec{j})] = (2\vec{i} + \vec{j}) \text{ m/s}$$

Questão 2

Considere o sistema de 2 partículas, 1 e 2, de massas iguais a 1 kg e 2 kg, respectivamente, tais que: a partícula 1 tem velocidade constante, dada em m/s por $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$, a partícula 2 tem aceleração constante, dada em m/s² por $\vec{a}_2 = 4\vec{j}$. No instante inicial ambas as partículas estão na posição (0,0) e a partícula 2 tem uma velocidade inicial, dada em m/s por $\vec{v}_{20} = 2\vec{i}$. Determine para o instante $t = 2$ s, a velocidade do centro de massa e a posição do centro de massa.

Resolução

$$\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} \quad \text{e} \quad \vec{v}_2 = 2\vec{i} + 4t\vec{j} \quad \text{Para } t = 2 \text{ s} \rightarrow \vec{v}_2 = 2\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{3} [(2\vec{i} - \vec{j}) + 2 \times (2\vec{i} + 8\vec{j})] = (2\vec{i} + 5\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{r}_1 = 2t\vec{i} - t\vec{j} \quad \text{e} \quad \vec{r}_2 = 2t\vec{i} + 2t^2\vec{j} \quad \text{Para } t = 2 \text{ s} \rightarrow \vec{r}_1 = 4\vec{i} - 2\vec{j} \quad \text{e} \quad \vec{r}_2 = 4\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{3} [(4\vec{i} - 2\vec{j}) + 2 \times (4\vec{i} + 8\vec{j})] = (4\vec{i} + \frac{14}{3}\vec{j}) \text{ m/s}$$

Podia ser reduzido a um problema de cinemática de partícula única, o centro de massa, para o qual se deduziria a velocidade inicial ($\vec{v}_{CM0} = 2\vec{i} - (1/3)\vec{j}$), a posição inicial (0,0) e a aceleração

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}}{\sum_i m_i} = \frac{2 \times \vec{a}_2}{3} = \frac{8}{3}\vec{j} : \quad \vec{v}_{CM} = \vec{v}_{CM0} + \vec{a}_{CM} t$$

$$\vec{r}_{CM} = \vec{v}_{CM0} t + \frac{1}{2} \vec{a}_{CM} t^2$$